עלינו לנתח באופן תיאורטי את התוחלת של עלות Join מקסימלי עבור split אקראי.  
נראה כי מתקבל כי התוחלת של עלות הJoin המקסימלי הינה *.*

*לפי תשובותינו לעיל, הראינו כי העלות תלויה בעלייה רצופה לכיוון מסוים (ולאחריו שינוי הכיוון) וכמו כן אנו יודעים כי ישנן עליות סך הכל.*

*ההסתברות לקבל רצף של במקום מסוים הינה שכן קיים סיכוי שווה (חצי) לעלייה מצד ימין או משמאל. על כן, ההסתברות לקבל רצף כמתואר הינה*

שכן ישנם לכל היותר אופציות להתחלת הרצף המתואר. על כן, נקבל כי התוצאה הינה *.*

*כעת, על מנת לקבל חסם עליון קיימות שתי אופציות:*

* *הרצף המקסימלי הינו לכל היותר באורך אם לא קיים רצף באורך זה או יותר*
* *במידה וכן קיים, אזי הרצף המקסימלי הינו לכל היותר*

*על כן, הסיכוי הינו:*

על מנת לחסום מלמטה, נחשב את ההסתברות לקבלת רצף באורך  *מכלל*

העליות ונקבל:

אך, אם ניקח את המשלים, כלומר הסיכוי לא לקבל רצף כמתואר נקבל כי הסבירות אפסית:

שכן הביטוי גדל. על כן נקבל כי עבור *:*

*על כן, חסמנו את הביטוי מלמעלה ומלמטה והראינו כי תוחלת העלות הינה כמצוין לעיל.*